

不同资金成本下的资本资产 定价模型研究

——基于中国债券市场

胡志浩 李晓花

【摘要】 基于资金稀缺性和投资者风险厌恶性，本文修改了经典资本资产定价模型中的无风险利率融资假设。在考虑不同资产融资成本差异的基础上，本文推导出不同资金成本下的资本资产定价模型，从理论上指出资产的期望收益由资金成本和市场风险共同决定，从而拓展了经典资本资产定价模型，并通过对中国债券市场的实证研究验证了这一新模型在债券市场中的有效性。实证结果表明，考虑到债券信用等级因素导致的资金成本差异，不同资金成本下的资本资产定价模型能够对债券收益率进行有效的解释。同时，从模型推导中还能看到，收益率波动衰减的速率小于期限增加的速率，这正是收益率曲线通常向上倾斜的充分必要条件。

【关键词】 资金成本 资本资产定价模型 信用等级 利率期限结构

【作者简介】 胡志浩，经济学博士，中国社会科学院金融研究所研究员、国家金融与发展实验室副主任；李晓花，理学博士，中国社会科学院国家金融与发展实验室研究员。

【中图分类号】 F832.51 **【文献标识码】** A

【文章编号】 2097 - 1125 (2023) 09 - 0064 - 19

一、引言

在 Markowitz 资产组合理论的基础上，^① Sharpe、Lintner 和 Black 先后建

^① 参见 Harry Markowitz, Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, Vol. 7 (1), 1952, pp. 77 - 91。

立了经典资本资产定价模型（Capital Asset Pricing Model, CAPM），^① 确立了均衡状态下资产预期回报与市场风险（ β ）之间的线性关系，从而使这一模型成为现代金融理论的基石之一。此后，有关该模型的理论研究与实证研究层出不穷，至今仍是投资实务和学术研究的焦点。

经典 CAPM 假设投资者能够以无风险利率自由借贷，这意味着投资各类资产的资金成本没有差异。但在现实的投资活动中，考虑到资金稀缺性和投资者风险厌恶性，不同资产对应的抵押融资成本存在明显差异。本文放宽经典 CAPM 的无风险利率借贷的假设条件，将投资者的差异性全部体现于所投资资产的风险差异上，认为不同资产对应的资金成本有所不同。这里的资金成本可以等价于融资成本，即投资者筹集资金购买资产的成本。高风险资产投资的融资成本将高于低风险资产投资的融资成本。如果新的假设条件成立，本文就可以从理论上推导出不同资金成本下的资本资产定价模型（Capital Asset Pricing Model with Funding Cost, FCAPM）。同时，当所有资产的资金成本均为无风险利率时，FCAPM 将转化为经典 CAPM。由此可见，FCAPM 是经典 CAPM 的一种扩展。

有关 CAPM 的实证研究多集中于股票市场，关于债券市场的研究较少。究其原因，一是债券存在“时间不一致性”的问题，即随着时间的推移，债券最重要的属性之一——期限会不断缩短，直至到期退出市场。这就使得用 CAPM 分析债券投资时，容易面临投资对象不断发生变化的问题。而股票通常被假设为永续存在的，不会面临该问题。二是数据关注度和可得性。人们对股票市场的关注度和参与度明显高于债券市场，充分的市场流动性保证股票数据真实可靠且完整，数据可通过公开渠道直接获取。而债券通常需要专业机构提供估值服务，数据获取难度相对较大。鉴于此，本文选取不同信用等级以及不同期限的虚拟债券作为样本券，采用“即买即卖”的策略保证持有债券的期限固定，消除了债券的“时间不一致性”的问题。另外，中国具有独特的金融基础设施优势。与国外以金融中介机构为主提供债券市场估值不同，中央结算公司作为中国债券市场最重要的金融基础设施之一，自 2002 年起逐渐构建了覆盖全市场的债券估值体系，包括一系列收益率曲线和指数，并每日向市场发布。这为本文的实证研究提供了丰富的数据

^① 参见 William F. Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, Vol. 19 (3), 1964, pp. 425 - 442; John Lintner, The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets: A Reply, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 51 (2), 1969, pp. 222 - 224; Fischer Black, Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, *The Journal of Business*, Vol. 45 (3), 1972, pp. 444 - 455。

素材。

利率期限结构是收益率曲线的另一个重要特征，基于收益率曲线通常向上倾斜的事实，学界提出了预期理论、市场分割理论和期限溢价理论等经典理论。如果将不同期限利率解释为不同期限债券的预期回报，那么CAPM理论就天然具备了对收益率曲线形态的解释能力。但是，目前国内学术界尚未对此有过专门的论证，这也使该问题成为本文研究的重点之一。

二、文献回顾

自Sharpe、Lintner和Black建立经典CAPM以来，关于CAPM的理论和实证研究屡见叠出。在理论方面，有的研究仅考虑将 β 的单因子模型扩展至多因子模型，包括Merton的跨期资本资产定价模型（ICAPM）和Ross的套利定价理论（APT）等。^①同时，一些研究将横截面维度扩展至时序维度，探讨风险因子及其价格的时变特征，提出了条件CAPM。^②在实证方面，一些学者在验证CAPM有效性的同时，不断构建和发现新的风险因子。其中，比较著名的如Fama-French三因子模型和五因子模型。^③同时，部分学者质疑 β 的有效性，其研究表明， β 与资产未来的超额收益负相关或不相关。^④直到现在，学术界对 β 是否有效仍未达成共识。

如前文所述，由于债券的“时间不一致性”及数据可得性的问题，有关CAPM的实证研究大多集中于股票市场，关于规模更大的债券市场的研究反而较少，现有的有关债券市场的研究主要集中在债券（超额）收益的风险因子分析方面。Litterman等率先采用因子分析的方法构建不同期限国

① 参见 Robert C. Merton, An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, *Econometrica*, Vol. 41 (5), 1973, pp. 867 - 887; Stephen A. Ross, The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, Vol. 13 (3), 1976, pp. 341 - 360。

② 参见 Wayne E. Ferson and Campbell R. Harvey, The Variation of Economic Risk Premiums, *Journal of Political Economy*, Vol. 99 (2), 1991, pp. 385 - 415; Ravi Jagannathan and Zhenyu Wang, The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns, *The Journal of Finance*, Vol. 51 (1), 1996, pp. 3 - 53; Jonathan Lewellen and Stefan Nagel, The Conditional CAPM Does Not Explain Asset-Pricing Anomalies, *Journal of Financial Economics*, Vol. 82 (2), 2006, pp. 289 - 314。

③ 参见 Eugene F. Fama and Kenneth R. French, The Cross-Section of Expected Stock Returns, *The Journal of Finance*, Vol. 47 (2), 1992, pp. 427 - 465; Eugene F. Fama and Kenneth R. French, A Five-Factor Asset Pricing Model, *Journal of Financial Economics*, Vol. 116 (1), 2015, pp. 1 - 22。

④ 参见 Marc R. Reinganum, A New Empirical Perspective on the CAPM, *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 16 (4), 1981, pp. 439 - 462。

债收益率曲线的三因子（水平、斜率和曲率）模型。^① 在债券风险溢价影响因素的研究方面，Fama 等发现利用 $n-1$ 到 n 年的远期利率与 1 年期利率的利差可以预测 n 年期债券的超额收益；^② Campbell 等发现利用长短利差可以预测收益率水平的变化；^③ Cochrane 等发现通过单一因子（一系列远期利率的线性组合）可以预测不同期限国债的超额收益，并且该因子与国债收益率曲线的水平、斜率和曲率三因子不相关；^④ Ludvigson 等研究了宏观经济变量与债券风险溢价的关系，指出通过增长和通胀因素可以预测债券的超额收益。^⑤

利用 CAPM，一些学者分析了债券收益与股票市场之间的 β 系数，并进一步寻找影响 β 系数的相关因子。Viceira 研究了国债期限结构与 β 的关系，其研究表明，期限利差和短期利率与 β 正相关；将 β 分解为实际现金流风险和贴现率风险后发现，短期利率只与贴现率风险相关，而期限利差对 β 的这两个风险具有相互抵消的作用。^⑥ Aslanidis 等发现，利用宏观金融变量可以对长期国债以及投资级和高收益信用债的时变 β 进行预测。^⑦ Bai 等从横截面维度发现企业债券收益与债券下行风险、信用风险和流动性风险三个风险因子显著相关；后续又将其扩展到时间序列维度，发现债券市场预期收益和风险正相关。^⑧

自 2002 年以来，随着国内债券市场的不断发展，尤其是中央结算公司持续推进覆盖全市场的债券估值数据发布，国内也陆续出现关于债券收益

① 参见 Robert B. Litterman and Josè Scheinkman, Common Factors Affecting Bond Returns, *The Journal of Fixed Income*, Vol. 1 (1), 1991, pp. 54 - 61。

② 参见 Eugene F. Fama and Robert R. Bliss, The Information in Long-Maturity Forward Rates, *The American Economic Review*, Vol. 77 (4), 1987, pp. 680 - 692。

③ 参见 John Y. Campbell and Robert J. Shiller, Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View, *The Review of Economic Studies*, Vol. 58 (3), 1991, pp. 495 - 514。

④ 参见 John H. Cochrane and Monika Piazzesi, Bond Risk Premia, *American Economic Review*, Vol. 95 (1), 2005, pp. 138 - 160。

⑤ 参见 Sydney C. Ludvigson and Serena Ng, Macro Factors in Bond Risk Premia, *The Review of Financial Studies*, Vol. 22 (12), 2009, pp. 5027 - 5067。

⑥ 参见 Luis M. Viceira, Bond Risk, Bond Return Volatility, and the Term Structure of Interest Rates, *International Journal of Forecasting*, Vol. 28 (1), 2012, pp. 97 - 117。

⑦ 参见 Nektarios Aslanidis, Charlotte Christiansen and Andrea Cipollini, Predicting Bond Betas Using Macro-Finance Variables, *Finance Research Letters*, Vol. 29, 2019, pp. 193 - 199。

⑧ 参见 Jennie Bai, Turan G. Bali and Quan Wen, Common Risk Factors in the Cross-Section of Corporate Bond Returns, *Journal of Financial Economics*, Vol. 131 (3), 2019, pp. 619 - 642; Jennie Bai, Turan G. Bali and Quan Wen, Is There a Risk-Return Tradeoff in the Corporate Bond Market? Time-Series and Cross-Sectional Evidence, *Journal of Financial Economics*, Vol. 142 (3), 2021, pp. 1017 - 1037。

风险因素及利率期限结构的研究。唐革榕等应用主成分分析法构建了中国国债收益率曲线变动的三因子模型,研究发现水平、斜率和曲率因子的累计解释能力达到90%以上,但水平和斜率因子的解释能力弱于国外成熟市场。^①有关利率期限结构的形成的假设,国内的实证研究大都拒绝纯预期理论,谢赤等指出主要原因在于纯预期理论未考虑期限溢价因素。^②在考虑期限溢价因素后,李宏瑾分析了我国远期利率对利率期限结构的预测作用,其研究表明,我国利率期限结构存在明显的时变溢价特征,经期限溢价修正后,利率期限结构隐含的远期利率包含了大量未来即期利率变化的信息。^③此外,戴国强等基于结构化模型,考察了通胀、产出、市场流动性、无风险利率以及国债收益率曲线斜率等因素对我国企业债信用利差的影响。^④

三、理论模型

本部分试图构建FCAPM,从理论上推导出此新模型是经典CAPM的一种扩展。本文的研究主要基于以下两个假设:一是投资者对资产收益的概率分布已知且一致;二是不同资产的资金成本不同,但投资者对资金成本的认知一致。其中,第一个假设与经典CAPM的假设一致。在第二个假设中,本文放宽了经典CAPM中蕴含的所有资产的资金成本均为无风险利率或无风险资产的收益这一假设条件,将获取资产的资金成本直接与资产的风险相关联,从而在理论上扩展了原有的经典模型,使模型更贴近现实。由于资金的稀缺性和投资者的风险厌恶性,在市场资金有限的情况下,安全等级高的资产对应的资金成本较低,而安全等级低的资产对应的资金成本较高。在现实债券市场中,人们根据信用风险的不同将债券划分为不同的安全等级,故本文提出的新模型适用于债券市场研究。

(一) 不同资金成本下的资本市场线 (Capital Market Line, CML)

假设市场有 n 种风险资产,资产收益为随机变量 $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$,资产收益的期望为 $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$,资产收益的标准差(风

① 参见唐革榕、朱峰:《我国国债收益率曲线变动模式及组合投资策略研究》,《金融研究》2003年第11期,第64页。

② 参见谢赤、陈晖、何源:《基于理性期望的利率期限结构预期理论与期限溢价》,《系统管理学报》2008年第3期,第283页。

③ 参见李宏瑾:《利率期限结构的远期利率预测作用——经期限溢价修正的预期假说检验》,《金融研究》2012年第8期,第97页。

④ 参见戴国强、孙新宝:《我国企业债券信用利差宏观决定因素研究》,《财经研究》2011年第12期,第61页。

险) 为 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, 收益的协方差矩阵为 $V = (V_{ij})_{n \times n}$ 。用公式表示为:

$$\mu_i = E(R_i); \sigma_i = \sigma(R_i) = \sqrt{\text{Var}(R_i)}; V_{ij} = \text{Cov}(R_i, R_j); i = 1, 2, \dots, n$$

在 Markowitz 期望 - 方差准则下, 有效组合问题可以归结为选择合适的资产投资比例 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, 使得资产组合收益的期望最大、方差最小。在无风险资产条件下, 经典 CAPM 的有效组合 p 构成资本市场线 (见图 1.1), 其表达式为:

$$E(R_p) = R_f + \sigma(R_p) \times \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)} \quad (1)$$

在图 1.1 中, 资本市场线的斜率为 $\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)}$, 表示单位风险的价格。

Sharpe 指出, 市场提供了两种价格: 一是时间的价格, 或者无风险利率 (资本市场线的截距); 二是风险的价格, 即每增加一单位风险获得的额外收益 (资本市场线的斜率)。投资者只有承担额外的风险, 才能获得超额收益。^①

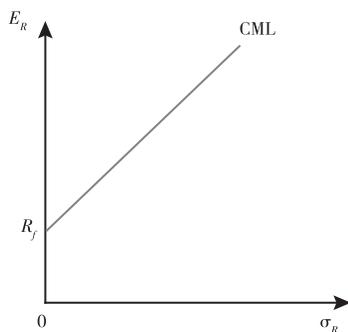


图 1.1 经典 CAPM: 资本市场线

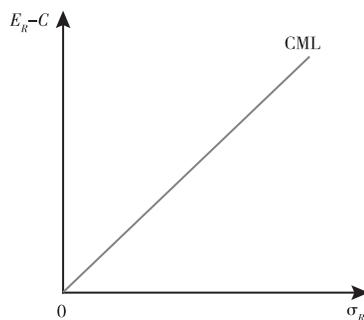


图 1.2 新模型: 资本市场线

在现实市场中, 资金价格时刻处于波动中, 并且不同安全等级的资产的资金价格不同。在资金有限和投资者风险规避的条件下, 安全资产更受青睐, 其资金成本相对更低。此外, 资金成本的高低也影响投资者对资产收益的要求, 对资金成本更高的资产, 投资者的收益要求自然也就更高。因此, 对理性投资者而言, 在通过承担风险来追求收益的同时, 还需要综合考虑资金成本, 最终衡量剔除资金成本后的净收益, 并在风险和净收益之

^① 参见 William F. Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, Vol. 19 (3), 1964, pp. 425 - 442。

间取得平衡。假设资产的资金成本为 $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ ，资产组合选择问题可表述为下面的优化问题——在资产组合净收益固定的情况下，使得组合方差最小。

$$\begin{aligned} \min \sigma_p^2 &= wVw^T = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j V_{ij} \\ \text{s. t. } \mu_p - c_p &= w(\mu - c)^T = w_1(\mu_1 - c_1) + w_2(\mu_2 - c_2) + \dots + w_n(\mu_n - c_n) \end{aligned}$$

由此提出定理 1：考虑不同资金成本下的有效组合，其形成的资本市场线表达式为：

$$E(R_p) - C_p = \sigma(R_p) \times \frac{E(R_m) - C_m}{\sigma(R_m)} \quad (2)$$

其中， p 和 m 分别代表有效组合和市场组合， $E(R)$ 、 C 、 $\sigma(R)$ 分别代表资产期望收益、资金成本和风险（资产收益的标准差）。

证明：对优化问题，采用 Lagrange 乘数法求解。

$$L(w, \lambda) = wVw^T - \lambda [w(\mu - c)^T - (\mu_p - c_p)]$$

利用一阶条件：

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(w, \lambda)}{\partial w} &= 2wV - \lambda(\mu - c) = 0 \\ \frac{\partial L(w, \lambda)}{\partial \lambda} &= (\mu_p - c_p) - w(\mu - c)^T = 0 \end{aligned}$$

可得上述优化问题的解为：

$$w^* = \frac{\mu_p - c_p}{(\mu - c)^T V^{-1} (\mu - c)} (\mu - c)^T V^{-1}$$

进一步推导出：

$$\sigma_p^* = \frac{\mu_p - c_p}{[(\mu - c)^T V^{-1} (\mu - c)]^{1/2}}$$

即对有效组合 p 来说，

$$\frac{\mu_p - c_p}{\sigma_p} = [(\mu - c)^T V^{-1} (\mu - c)]^{1/2}$$

因此，所有有效组合在净收益 - 风险坐标系中，形成一条经过原点的射线，即资本市场线，而有效组合构成的新组合也一定是一个有效组合。在上述理论框架中，理性投资者持有的资产均为有效组合，同时，如果将整个市场视为所有投资者的资产组合，那市场就理应是有效的，即：

$$\frac{\mu_p - c_p}{\sigma_p} = \frac{\mu_m - c_m}{\sigma_m} = [(\mu - c) V^{-1} (\mu - c)^T]^{1/2}$$

证毕。

根据定理 1，资本市场线的斜率为 $\frac{E(R_m) - C_m}{\sigma(R_m)} = [(\mu - c) V^{-1} (\mu - c)^T]^{1/2}$ ，

表示单位风险的价格完全由资产期望收益、资金成本以及资产收益的协方差矩阵决定， C_m 为市场上所有资产的资金成本的加权平均。在均衡状态下，投资者只能通过承担额外的风险获得超额净收益。同时，市场提供了两种价格：一是资金成本，由资产安全性决定，不同资产的资金成本不同；二是风险的价格，即每增加一单位风险获得的额外收益，也即资本市场线的斜率。

(二) 不同资金成本下的证券市场线 (Security Market Line, SML)

前文已经得出，在均衡状态下，有效组合的净期望收益和标准差（风险）呈线性关系。但对单个资产来说， $(E_R - C, \sigma_R)$ 将处于资本市场线的下方，反映了持有单个资产的无效率特征。进一步研究发现，与经典 CAPM 类似，单个资产的净期望收益 $E_R - C$ 与 β 存在线性关系。

图 2.1 展示了任一单个资产与市场组合构成的新组合的净期望收益和 risk 的情况。根据前文的结论，市场组合 m 位于资本市场线上。图 2.1 中的曲线 imm' 表示单一资产 i 与市场组合 m 构成的新组合，体现了净期望收益和 risk 的所有可能取值。假设在新组合中，资产 i 的占比为 α ，市场组合 m 的占比为 $1 - \alpha$ 。当 $\alpha = 1$ 时，表示只选取单一资产 i ；当 $\alpha = 0$ 时，表示只选取市场组合 m ；当 α 取某一负值时，能够使得新组合中资产 i 的净头寸为 0，此时的新组合为 m' 。

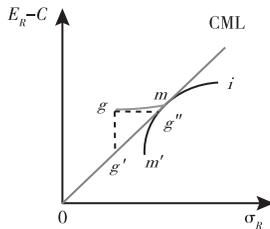


图 2.1 新模型：单个资产与市场组合构成的新组合的净期望收益和 risk

对资产 i 和市场组合 m 构成的新组合来说，其净期望收益和 risk 的表达式为：

$$E_R - C = \alpha(\mu_i - c_i) + (1 - \alpha)(\mu_m - c_m)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\alpha^2 \sigma_i^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_m^2 + 2r_{im} \alpha(1 - \alpha) \sigma_i \sigma_m}$$

如图 2.1 所示，曲线 imm' 与资本市场线必相切于 m 点。第一，曲线 imm' 与资本市场线相交于 m 点，但不能穿过资本市场线。若不然，则存在新的资产组合 g 位于资本市场线的上方，该组合优于有效组合 g' 和 g'' ，这与有效组合的定义相矛盾。第二，根据资产组合净期望收益和风险的表达式，曲线 imm' 连续。据此，可以推导出新模型下的证券市场线。

定理 2：不同资金成本下 CAPM 的表达式为：

$$E(R_j) - C_j = \beta_i [E(R_m) - C_m] \quad (3)$$

其中，

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} = \frac{r_{im} \sigma(R_i)}{\sigma(R_m)} \quad (4)$$

证明：对资产 i 和市场组合 m 构成的新组合，在 $\alpha = 0$ 时，

$$\frac{d(E_R - C)}{d\alpha} = (\mu_i - c_i) - (\mu_m - c_m)$$

$$\frac{d\sigma_R}{d\alpha} = r_{im} \sigma_i - \sigma_m$$

因此，

$$\frac{d(E_R - C)}{d\sigma_R} = \frac{(\mu_i - c_i) - (\mu_m - c_m)}{r_{im} \sigma_i - \sigma_m}$$

对应于资本市场线上的市场组合 m ，此时，

$$\frac{d(E_R - C)}{d\sigma_R} = \frac{\mu_m - c_m}{\sigma_m}$$

因此，

$$\frac{(\mu_i - c_i) - (\mu_m - c_m)}{r_{im} \sigma_i - \sigma_m} = \frac{\mu_m - c_m}{\sigma_m}$$

整理后可得：

$$\mu_i - c_i = \frac{r_{im} \sigma_i}{\sigma_m} (\mu_m - c_m)$$

证毕。

根据定理 2，资产净收益与 β 存在正线性关系。同时，表明资产收益取决于两个因素，即资金成本和 β 。在经典 CAPM 中，所有资产的资金成

本均已被无差别预设为无风险利率，在这一假设前提下，新模型将转化为经典 CAPM，故可将新模型视为经典 CAPM 的一种扩展（见图 2.2、图 2.3）。

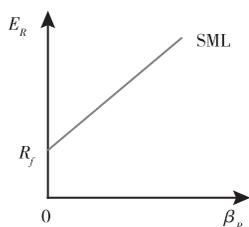


图 2.2 经典 CAPM：证券市场线

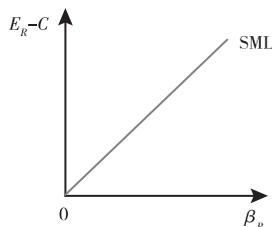


图 2.3 新模型：证券市场线

四、基于中国债券市场的实证分析

（一）数据与方法

1. 数据

自 2002 年至今，中央结算公司一直在编制中国债券市场的收益率曲线，提供覆盖全市场债券的日度估值数据，并通过其官网和 Wind 等途径公开发布，这为本文的研究提供了数据基础。

本文研究的主要数据包括：国债、AAA 级、AA 级、A 级、BBB + 级五个代表性信用等级债券的即期收益率曲线日度数据；中债综合指数日度数据。样本区间为 2010 年 9 月 1 日至 2021 年 12 月 31 日，其中，每条收益率曲线均选取 1 个月（1M）、3 个月（3M）、6 个月（6M）、1 年（1Y）、2 年（2Y）、3 年（3Y）、5 年（5Y）、7 年（7Y）和 10 年（10Y）共 9 个关键期限的收益率数据，每条收益率曲线的每个关键期限代表一只样本券。由于债券的期限随时间变化而缩短（比如 1 年期债券在持有 3 个月之后，即变为 9 个月期限债券），为保证在样本期间持有债券的期限保持不变，本文采取“即买即卖”的投资策略： n 日持有期限为 T 年的债券，隔日卖掉，同时以新的市价买入相同数量的 T 年期债券。在这种策略下，本文选取中债综合指数作为市场指数。中债综合指数覆盖在境内债券市场公开发行的主要类型的债券，利息和本金偿还额的再投资方式是在当日即投入指数组合中，与样本券的投资策略一致。样本区间是综合考虑收益率曲线完整性（2010 年之后，A 级和 BBB + 级才有 1M 和 3M 收益率数据）、期初和期末收益率数据尽量保持一致（利率周期完整）、时间跨度足够长这三方面因素确定的。

2. 方法

第一，债券收益的计算：首先计算持有债券 i 的每日收益 R_{it} [见公式 (6)]，然后计算其收益时间序列的几何平均数，即债券样本期的平均收益，乘以 365 转换为年化平均收益 $E(R_i)$ [见公式 (7)]。持有收益分为两部分，一部分为利率不变时的收益，等同于滚动收益 (roll yield)，即公式 (5) 中的第一项；另一部分为利率变化时的收益，即公式 (5) 中的第二项。其中， D 为久期， C 为凸度。对本文选取的样本券，其久期 D 等于债券期限 T 。由于持有时间较短，第一部分的值较小，可将其取值近似于 0，再进一步忽略凸度项的情况下，可以得到公式 (6)。具体公式如下：

$$R_{it} \approx \frac{f(T_i - \frac{1}{365}, T_i)}{365} + \left[\frac{f(T_i - \frac{1}{365}, T_i)}{1 + \frac{f(T_i - \frac{1}{365}, T_i)}{365}} \right] [-D \times \Delta s_t(T_i) + 0.5 \times C \times \Delta s_t(T_i)^2] \quad (5)$$

$$\approx -T_i \times \Delta s_t(T_i) \quad (6)$$

$$E(R_i) = \left\{ \left[\prod_{t=1}^{N-1} (1 + R_{it}) \right]^{\frac{1}{N-1}} - 1 \right\} \times 365 \quad (7)$$

第二，市场组合收益的计算：中债综合指数的日度变化率为市场组合的日度收益 R_{mt} [见公式 (8)]，其时间序列的几何平均为市场组合样本期的平均收益，乘以 365 则为年化平均收益 $E(R_m)$ [见公式 (9)]。具体公式如下：

$$R_{mt} = \frac{Index_t - Index_{t-1}}{Index_{t-1}} \quad (8)$$

$$E(R_m) = \left\{ \left[\prod_{t=1}^{N-1} (1 + R_{mt}) \right]^{\frac{1}{N-1}} - 1 \right\} \times 365 \quad (9)$$

第三， β 值的计算：

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (10)$$

(二) 结果与分析

表 1 和图 3 展示了 2010—2021 年 5 个信用等级 9 种期限共 45 只债券的 β 值与持有收益的情况。

表 1 5 个信用等级 9 种期限共 45 只债券的 β 值
与持有收益的情况 (2010—2021 年)

期限	β 值					持有收益 (%)				
	国债	AAA 级 信用债	AA 级 信用债	A 级 信用债	BBB+级 信用债	国债	AAA 级 信用债	AA 级 信用债	A 级 信用债	BBB+级 信用债
1M	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	1.76	2.38	2.73	5.38	7.13
3M	0.07	0.09	0.09	0.08	0.08	1.83	2.52	2.91	5.54	7.26
6M	0.13	0.16	0.16	0.15	0.15	1.88	2.60	3.03	5.69	7.34
1Y	0.24	0.29	0.29	0.27	0.27	1.97	2.70	3.19	5.98	7.70
2Y	0.54	0.55	0.51	0.45	0.46	2.15	2.91	3.47	6.28	7.99
3Y	0.83	0.86	0.79	0.71	0.72	2.23	3.09	3.70	6.46	8.16
5Y	1.50	1.41	1.28	1.19	1.20	2.50	3.43	4.18	6.73	8.41
7Y	1.95	1.55	1.47	1.28	1.28	2.73	3.58	4.34	6.92	8.49
10Y	2.74	1.97	1.82	1.52	1.48	2.96	3.83	4.65	7.14	8.73

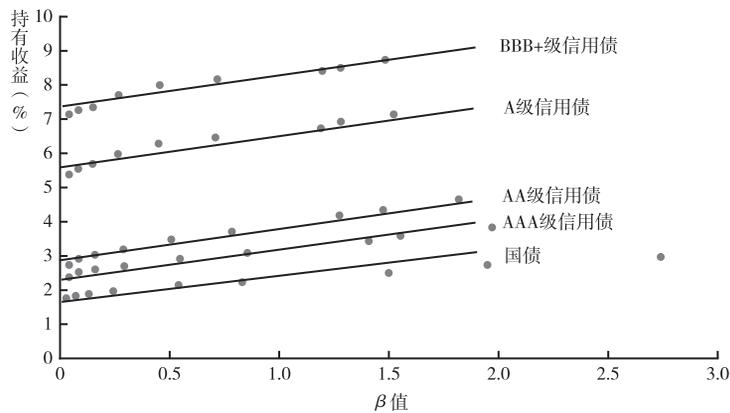


图 3 5 个信用等级 9 种期限共 45 只债券的 β 值
与持有收益的情况 (2010—2021 年)

结果显示，第一，对同一信用等级债券，持有收益与 β 值基本呈线性关系，而且均随期限的延长而增加。这表明，一方面，在同一信用等级下， β 值能够对持有收益进行有效解释；另一方面，这也是收益率曲线通常向上倾斜的原因，即期限越长的债券，其 β 值越大，投资者要求的收益也就越高。

第二，对不同信用等级债券，持有收益呈现层级结构，不同信用等级形

成的收益- β 直线基本保持平行。一方面,跨信用等级 β 值无法对持有收益进行有效解释。这是因为债券持有收益不仅与 β 值有关,还与债券信用等级有关。信用等级越低,债券的持有收益相对越高。另一方面,根据第三部分的理论模型,可以推导出债券信用等级基本决定了不同债券的资金成本的高低,而且同一信用等级债券的资金成本相同。

此外,还可以发现,对信用等级不同但期限相同的债券而言, β 值随期限的延长呈现不同的特征:短期限(尤其是1年以内)债券的 β 值相差无几,长期限债券的 β 值相差较大,对10年期债券来说,信用等级越高,其 β 值就越大。例如,10年期国债的 β 值要远远超过10年期BBB+级信用债的 β 值,究其原因,可能是高信用等级债券占据了市场更为重要的位置,从而使10年期国债的持有收益与整个债券市场收益的相关性更为显著。

对上述结论,本文将从债券市场中经典CAPM的 β 值无效、同一信用等级下 β 值的相对有效性、资金成本与信用等级的相关性、新模型的统计检验以及 β 值与利率期限结构的关系五个方面做进一步的分析和探讨。

1. 债券市场中经典CAPM的 β 值无效

利用中国债券市场的数据对经典CAPM模型进行实证检验,主要是检验 β 值的有效性。对45只债券的 β 值与持有收益进行回归分析,结果显示,F统计量为0.442, p 值为0.509(见表2),统计不显著,与图3的直观结果一致。因此,可以得出:单一因子 β 值对债券收益的解释力不足,仅为1.01%,中国债券市场数据不支持经典CAPM。

表2 经典CAPM方差分析(ANOVA)

	自由度(d.f.)	平方和(SS)	均方(MS)	F	p
回归	1	2.23	2.233	0.442	0.509
残差	43	216.99	5.046		
总和	44	219.22			

2. 同一信用等级下 β 值的相对有效性

通过图3可以直观地认识到,对同一信用等级的债券, β 值与持有收益基本呈线性关系。因此,笔者将债券根据信用等级分为5组,分别检验组内 β 值的有效性。结果显示,5个信用等级(国债、AAA级、AA级、A级、BBB+级)回归分析的F统计量分别为419、687、542、121和98,均大于F(0.01; 1, 7) = 12.25。这说明5个回归模型的 p 值均小于0.01,即在 $\alpha = 0.01$ 的置信水平下,统计结果均显著。因此,在同一信用等级下 β 值的有

效性即为相对有效性。进一步地，在 5 个信用等级下，测定系数即 β 值与持有收益的解释度均超过 90%，分别为 98.4%、99.0%、98.7%、94.5% 和 93.3%。

表 3 新模型有关 β 值的方差分析 (ANOVA)

国债	自由度 (d. f.)	平方和 (SS)	均方 (MS)	F	p
回归	1	1.420	1.420	419	1.66E-07
残差	7	0.024	0.003		
总和	8	1.444			
AAA 级	自由度 (d. f.)	平方和 (SS)	均方 (MS)	F	p
回归	1	2.075	2.075	687	3.01E-08
残差	7	0.021	0.003		
总和	8	2.096			
AA 级	自由度 (d. f.)	平方和 (SS)	均方 (MS)	F	p
回归	1	3.705	3.705	542	6.84E-08
残差	7	0.048	0.007		
总和	8	3.753			
A 级	自由度 (d. f.)	平方和 (SS)	均方 (MS)	F	p
回归	1	2.987	2.987	121	1.25E-05
残差	7	0.172	0.024		
总和	8	3.159			
BBB+ 级	自由度 (d. f.)	平方和 (SS)	均方 (MS)	F	p
回归	1	2.540	2.540	98	2.30E-05
残差	7	0.182	0.026		
总和	8	2.722			

3. 资金成本与信用等级的相关性

如上所述，在同一信用等级下， β 值与持有收益呈线性关系。通过与定理 2 中新模型构建的定价公式进行对比分析可知，对同一信用等级的债券，其资金成本 C 理应相同。这是因为，一方面，数据分析表明，在资金成本相同的情况下，持有收益只与 β 值相关；而另一方面，假设资金成本不同，则一定存在其他影响因素，那么 β 值与持有收益的线性关系也将不复存在。因此，通过对中国债券市场的数据进行分析，能够得出资金成本由信用等级决

定这一结论。

4. 新模型的统计检验

在债券资金成本由信用等级决定的条件下，可以引入虚拟变量对定理 2 中的新模型进行验证。

$$D_k = \begin{cases} 1 & \text{第 } k \text{ 个信用等级债券} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad k = 1, 2, 3, 4, 5$$

例如，若债券为国债，则 $D_1 = 1, D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = 0$ 。

对定理 2 中的资本资产定价公式的检验即转化为对下式的检验：

$$R_i = c_1 D_1 + c_2 D_2 + c_3 D_3 + c_4 D_4 + c_5 D_5 + b\beta_i + e_i \quad (11)$$

其中， R_i 为第 i 只债券的持有收益， c_k 为第 k 个信用等级债券的资金成本， β_i 为第 i 只债券的 β 值， b 为斜率， e_i 为误差项。

根据 45 只债券的 β 值和持有收益数据，对公式 (11) 中的参数进行估计。结果显示，对 6 个参数的估计， p 值均接近于 0，具有统计显著性。同时， c_1 至 c_5 依次变大，5 个信用等级的资金成本分别为 1.56%、2.43%、3.04%、5.76% 和 7.44%，这反映了信用等级越低则资金成本越高的基本事实。斜率 b 为 0.75%，表明资产的 β 值每增加 1 个单位，其持有收益将增加 0.75%（见表 4）。根据公式 (3)， $b = E(R_m) - C_m$ ，即斜率 b 为持有市场组合的净收益；计算可得样本期间的市场平均收益 $R_m = 4.11\%$ ，可推算出样本期间市场平均资金成本 $C_m = 3.36\%$ ，处于 c_1 和 c_5 之间，与 AA 级信用债的资金成本接近。最后，综合考虑变量的总体影响，方差分析的结果显示， p 值接近于 0，测定系数 R^2 达到 99.13%，进一步论证了模型的有效性。其中，资金成本 ($D_k, k = 1, 2, 3, 4, 5$) 的解释度接近 94%，凸显了资金成本对债券收益的显著影响（见表 5）。

表 4 新模型参数估计结果

参数	估计值	标准误 (SE)	t	p
c_1	1.56	0.086	18.162	1.25E-20
c_2	2.43	0.083	29.402	3.15E-28
c_3	3.04	0.081	37.362	3.77E-32
c_4	5.76	0.080	72.210	3.82E-43
c_5	7.44	0.080	93.294	1.85E-47
b	0.75	0.049	15.232	5.22E-18

表 5 新模型方差分析

	自由度 (d. f.)	平方和 (SS)	均方 (MS)	F	p
回归	6	217.32	36.22	745.21	1.27E-38
残差	39	1.90	0.05		
总和	45	219.22			

另外，公式 (5) 可以分解为 5 个公式，分别对应 5 个信用等级债券的 β 值与持有收益的直线：

$$R_i^k = c_k + b\beta_i + e^i \quad (12)$$

其中， $k=1, 2, 3, 4, 5$ 依次代表国债、AAA 级信用债、AA 级信用债、A 级信用债和 BBB+ 级信用债。 c_k 为 5 条直线的截距， b 为 5 条直线共同的斜率，即统计检验的结果论证了 5 条直线平行（见图 3）。经测算，5 条拟合直线的测定系数 R^2 分别为 51.7%、98.7%、91.3%、85.8% 和 87.2%。其中，对国债的测定系数较低，可能是由投资者对高信用等级、长期债券的偏好所致的。在保障资金安全的前提下，投资者希望尽量追求高收益，从而导致长期国债价格偏高，进而相应降低了长期国债的收益。

5. β 值与利率期限结构的关系

利率期限结构通常呈现两个特征：一是不同期限债券收益率总体同向波动，即各个期限债券的收益率会根据市场变化出现同涨同跌，即使变化幅度并不总是一样的；二是收益率曲线几乎总是向上倾斜的，长期债券的收益率一般高于短期债券的收益率。对此，学者曾提出纯预期理论、期限溢价理论等予以解释。^① 其中，纯预期理论对第一个特征有充分的解释，而期限溢价理论弥补了纯预期理论对第二个特征解释不足的缺陷，故更受理论和市场研究的青睐。

对中国债券市场的实证研究表明，正是 β 值随期限延长而增大决定了收益率曲线几乎总是向上倾斜的事实。接下来，本文将通过剖析 β 值来分析利率期限结构的特征。基于公式 (4)，笔者将重点分析 r_{im} 和 $\sigma(R_i)$ 。

首先提出引理 1：不同期限国债持有收益的相关系数均为正数，而且相邻期限国债持有收益的相关系数较大；同时，它们与债券市场组合收益的相关系数也均为正数，而且随着期限的延长而逐渐增大，但整体相差不大。也

^① 参见 John R. Hicks, *Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, New York: Oxford University Press, 1939, pp. 311-312; John M. Keynes, *The General Theory of Employment*, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 51 (2), 1937, pp. 209-223。

就是说, $r_{ij} > 0$, $r_{im} > 0$ 且 $r_{im} < r_{jm}$ (对任意的 $i < j$); 存在一个不大的整数 k , 使得 $\frac{\max\{r_{im}\}}{\min\{r_{im}\}} < k$ 。

表 6 展示了不同期限国债收益与债券市场组合收益的相关系数矩阵。第一, 相关系数均为正数, 从侧面论证了不同期限债券收益率同向波动的事实。第二, 不同期限国债收益均与相邻期限国债收益的相关系数最大, 并且随着期限差的增大, 不同期限国债之间的相关系数会出现衰减。例如, 就 6M 国债收益而言, 其与 3M 国债收益的相关系数最大, 而与 10Y 国债收益的相关系数最小。第三, 不同期限国债之间收益的相关系数的最大比值小于 4, 而且这一比值远远小于国债期限的最大比值。国债收益与债券市场组合收益的相关系数 r_{im} 按国债期限由小到大依次为 0.25、0.40、0.49、0.55、0.68、0.73、0.78、0.79 和 0.80, 随着期限延长不断增加, 但增速放缓。存在 $k = 4$, 使得 $\frac{\max\{r_{im}\}}{\min\{r_{im}\}} = \frac{0.80}{0.25} < 4 \ll \frac{10Y}{(1/12)Y}$, 其中最后一项表示最长和最短期限之比。

表 6 不同期限国债收益与债券市场组合收益的相关系数矩阵

相关系数	债券市场组合收益	国债收益									
		1M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	5Y	7Y	10Y	
债券市场组合收益	1.00	0.25	0.40	0.49	0.55	0.68	0.73	0.78	0.79	0.80	
国债收益	1M	0.25	1.00	0.45	0.37	0.30	0.25	0.22	0.18	0.15	0.16
	3M	0.40	0.45	1.00	0.65	0.49	0.43	0.37	0.32	0.26	0.25
	6M	0.49	0.37	0.65	1.00	0.60	0.53	0.46	0.38	0.32	0.31
	1Y	0.55	0.30	0.49	0.60	1.00	0.71	0.51	0.45	0.39	0.38
	2Y	0.68	0.25	0.43	0.53	0.71	1.00	0.74	0.61	0.55	0.53
	3Y	0.73	0.22	0.37	0.46	0.51	0.74	1.00	0.68	0.65	0.60
	5Y	0.78	0.18	0.32	0.38	0.45	0.61	0.68	1.00	0.76	0.74
	7Y	0.79	0.15	0.26	0.32	0.39	0.55	0.65	0.76	1.00	0.82
10Y	0.80	0.16	0.25	0.31	0.38	0.53	0.60	0.74	0.82	1.00	

其次提出定理 3: 收益率曲线向上倾斜等价于 β 值随期限延长而增大、收益率波动衰减的速率小于期限增加的速率, 即:

$$E(R_i) < E(R_j) \Leftrightarrow \beta_i < \beta_j$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sigma(\Delta s_i)}{\sigma(\Delta s_j)} < \frac{T_j}{T_i}, \forall i, j$$

证明：由公式（3）可知，对同一信用等级，在资金成本 C_i 相等的情况下，

$$E(R_i) < E(R_j) \Leftrightarrow \beta_i < \beta_j$$

由公式（4）可知，

$$\beta_i < \beta_j \Leftrightarrow r_{im} \sigma(R_i) < r_{jm} \sigma(R_j)$$

由公式（6）可知，

$$\sigma(R) \approx T \times \sigma(\Delta s)$$

因此，

$$\beta_i < \beta_j \Leftrightarrow r_{im} \times T_i \times \sigma(\Delta s_i) < r_{jm} \times T_j \times \sigma(\Delta s_j)$$

由引理 1， r_{im} 和 r_{jm} 整体相差不大，在暂不考虑二者差别的情况下，

$$\beta_i < \beta_j \Leftrightarrow T_i \times \sigma(\Delta s_i) < T_j \times \sigma(\Delta s_j)$$

证毕。

表 7 展示了不同期限国债的期望收益、 β 值以及收益率波动情况。表中第二、三行数据显示国债即期收益率曲线向上倾斜、 β 值随期限延长而增大。根据第四行数据，可以验证收益率波动衰减的速率小于期限增加的速率，而这正是国债即期收益率曲线向上倾斜的根本原因。

表 7 不同期限国债的期望收益、 β 值以及收益率波动情况

	1M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	5Y	7Y	10Y
$E(R_i)$	0.03	0.07	0.13	0.24	0.54	0.83	1.50	1.95	2.74
β_i	1.76	1.83	1.88	1.97	2.15	2.23	2.50	2.73	2.96
$\sigma(\Delta s_i)$	0.113	0.057	0.043	0.035	0.032	0.030	0.031	0.028	0.028

同理，可以验证 AAA 级信用债、AA 级信用债、A 级信用债和 BBB + 级信用债的即期收益率曲线几乎总是向上倾斜的。研究表明，即期收益率曲线、到期收益率曲线和远期收益率曲线的斜率特征保持一致。因此，收益率曲线几乎总是向上倾斜的结论可以得到进一步推广。

五、结论

基于资金稀缺性和投资者风险厌恶性，本文假设金融资产的资本成本存在差异，并在此假设下推导出相应的资本市场线（CML）和证券市场线（SML），得到不同资本成本下的资本资产定价模型（FCAPM），从理论上指出资产的期望收益由资本成本和 β 值共同决定，从而拓展了经典CAPM。本文提出的这一模型可被看作一种多因子模型，类似于股票市场中“规模”因子的解释：规模小的上市公司通常信用等级较低、资本成本较高，因此其收益理应更高。

通过对中国债券市场进行实证研究，可以发现：第一，单一 β 值无法解释债券收益的差异；第二，包含 β 值和资本成本两个因素的模型具有统计显著性，这两个因素对债券收益的解释度达到了99.13%，从而验证了新模型的有效性；第三，同一信用等级债券的收益与 β 值呈线性关系，不同信用等级债券的收益- β 直线基本呈平行关系，这也表明资本成本由债券的信用等级决定。

同时，本文利用CAPM对利率期限结构的经验事实进行了解释：一方面，不同期限国债收益与债券市场组合收益的相关系数均为正数，从侧面论证了不同期限债券收益率总体同向变动；另一方面，给出了收益率曲线通常向上倾斜的充分必要条件，即收益率波动衰减的速率小于期限增加的速率。

在现实中，收益率曲线总是处于不断变化的过程中，甚至有时会出现倒挂的情形，如果对 β 值的时变特征予以深入探讨，将进一步丰富对收益率曲线的研究。在现有的研究中，条件CAPM可以为研究 β 值的时变特征提供有益的思路。该理论认为 β 值将随着不同时期面临的不同市场信息而发生变化。具体的计算方法是：通过月内的日度数据来估算不同月份的 β 值，或者直接采用GARCH模型估算时变的 β 值。在此基础上，研究者可以构建包含 β 与各类宏观经济金融变量的模型，以分析 β 值的时变特征及影响因素。现有研究关注的因素通常包括期限利差、信用利差以及短期利率等，涉及的风险包括经济下行风险、信用风险和流动性风险等。与此同时，基于 β 与宏观经济金融变量的关系，相关研究还可对未来的 β 值展开预测。如果从更为广义的资产配置角度来看，模型有效性的提升还可以通过多市场、多资产的角度来验证。篇幅所限，本文未对上述问题展开详细论述，留待未来再开展进一步的研究。

（责任编辑：任朝旺）