

# 变元与指派在动态机制与 组合性中的作用\*

石运宝

**【摘要】**文章从塔斯基(Tarski)经典语义解释出发,阐述变元在逻辑系统中扮演的角色,并对比话语表现理论中话语所指与传统变元差异,从中得出重要结论:传统变元与话语所指的差异体现出静态与动态之分;真值条件的递归性与意义理论结合,则关系到是否贯彻组合性。

**【关键词】**变元 话语所指 计算机存储 组合性

**【中图分类号】**B819 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1000-2952(2015)03-0016-05

给定一阶语言  $L$ , 根据塔斯基基本语义定义, 先给出赋值定义。

定义 1: 令  $M = \langle M, I \rangle$  为一个  $L$  模型(解释非逻辑符号个体常项、函数符号、谓词)。  $M$  上的一个赋值是一个有序对  $\sigma = \langle M, g \rangle$  或者说一个赋值是  $\sigma = \langle M, I, g \rangle$ 。其中,  $g$  是从个体变元集  $Var$  到  $M$  的函数。<sup>①</sup>

有了模型和赋值定义, 可以说清楚特称量词的静态解释:

$(\exists x\varphi)^{\sigma} = T$ , 当且仅当对某个论域中的个体  $a$ , 存在一个  $g' \sim_x g$ , 使得  $(\varphi)^{g'} = T$ 。  $g' \sim_x g$  即  $g'$  至多在对  $x$  的赋值上不同于  $g$ 。换句话说, 给定初始的指派  $g$ , 为整个特称公式  $\exists x\varphi$  的变元指派值, 当  $\exists x\varphi$  的真值通过递归, 需要考察  $\varphi$  的值时候, 指派发生变化, 将个体  $a$  指派给变元  $x$ 。这里强调变化, 是从动态的角度考虑的。其实塔斯基基本语义学强调的是差异, 即  $g'$  同  $g$

是同样的指派, 除了可能存在的不同:  $g'(x) \neq g(x)$ 。这种指派之间的差异, 还可以用另外一种符号表示, 即  $g' = g(x/a)$ 。如果  $\varphi$  是一个闭公式, 比如  $\exists xPx$ , 它的真值条件归结为一个不同于初始指派  $g$  的指派  $g'$ 。如果将公式的意义看做是指派上所发生的变化, 这便是动态的视角。话语表现理论中便采用这种动态的视角, 通过指派的变化体现出语境的更新。

话语表现理论中嵌入概念其实跟指派有类似的功能。嵌入函数在话语表现理论中称为确认嵌入 (verifying embedding), 它是一个函数  $f$ :  $f$  将模型论域  $D$  中的元素指派给 DRS 中的参考标记, 使得 DRS 中的所有条件在模型  $M$  中都为真。

\* 该论文受到国家社会科学基金重大课题“自然语言信息处理的逻辑语义学研究”(10&ZD073)的资助。

① Tarski, A. 1983. *Logic, Semantics, Metamathematics: papers from 1923 to 1938*, ed. J. Corcoran, Indianapolis, IN: Hackett Publishing Company.

定义 2:

- (1) 如果  $R$  是  $n$  元谓词常元,  $t_1, \dots, t_n$  是项, 那么  $R(t_1, \dots, t_n)$  是一个条件;
- (2) 如果  $t$  和  $t'$  是项, 那么  $t=t'$  是一个条件;
- (3) 如果  $K$  是一个 DRS, 那么  $\neg K$  是一个条件;
- (4) 如果  $K_1$  和  $K_2$  都是 DRS, 那么  $(K_1 \rightarrow K_2)$  是一个条件;
- (5) 如果  $K_1$  和  $K_2$  都是 DRS, 那么  $(K_1 \vee K_2)$  是一个条件;
- (6) 如果  $x_1, \dots, x_n$  话语所指 ( $n \geq 0$ ), 并且  $\phi_1, \dots, \phi_m$  是条件 ( $m \geq 0$ ), 那么  $\langle \{x_1, \dots, x_n\}, \{\phi_1, \dots, \phi_m\} \rangle$  是一个 DRS;
- (7) 除了根据上面原则生成的 DRS 和条件, 没有其它 DRS 或条件。

因为句法规则定义了 DRS 条件和 DRS, 所以语义也要对这两类表达式同时递归地 (simultaneously recursively) 给出语义条款。

确认嵌入  $h[x_1, \dots, x_n]g$ :  $h$  和  $g$  的不同之处至多在于它们所指派给话语所指  $x_1, \dots, x_n$  的值。 ( $n=0$  时,  $h=g$ )

确认嵌入解释 DRS 的思想是这样的, 一个 DRS 可以被认为是一个部分模型 (partial model),<sup>①</sup> 涉及整个论域中的部分个体, 以及部分个体的部分性质。假设某个话语 (discourse)  $D$  的表征为 DRS  $K$ ,  $K$  即刚才提到的那个适合于话语  $D$  的局部模型。  $K$  是真的, 当且仅当,  $K$  能够被嵌入到 (be embedded into) 全模型 (total model)  $M$  中, 方式是通过将话语所指集中的所有的话语所指映射到全模型  $M$  的论域中, 使得在这个映射下, DRS 的所有条件 (conditions) 都在模型中为真。换句话说,  $K$  是真的, 当且仅当存在一个从  $K$  到  $M$  的同态 (homomorphism) 映射。在 DRT 里, 这样的同态映射就是上文中提到的确认嵌入。

定义 3:

- (1)  $\models_{M,g} R(t_1, \dots, t_n)$  当且仅当  $\langle [t_1]_{M,g}, \dots, [t_n]_{M,g} \rangle \in I_M(R)$ ;
- (2)  $\models_{M,g} t=t'$  当且仅当  $[t]_{M,g} = [t']_{M,g}$ ;
- (3)  $\models_{M,g} \neg K$  当且仅当, 不存在这样的确认嵌

入  $h$ , 使得  $h \models_{M,g} K$ ;

(4)  $\models_{M,g} (K_1 \rightarrow K_2)$  当且仅当, 对所有的确认嵌入  $h$  来说: 如果  $h \models_{M,g} K_1$ , 那么存在一个确认嵌入  $k$ , 使得  $k \models_{M,h} K_2$ ;

(5)  $\models_{M,g} (K_1 \vee K_2)$  当且仅当, 存在某个确认嵌入  $h$ , 使得  $h \models_{M,h} K_1$  或者存在  $h$  使得  $h \models_{M,g} K_2$ ;

(6)  $\models_{M,g} \langle \{x_1, \dots, x_n\}, \{\phi_1, \dots, \phi_m\} \rangle$  当且仅当  $h[x_1, \dots, x_n]g \models_{M,h} \phi_1 \& \dots \& \phi_m$ 。

有了 DRS 及 DRS 条件的定义以及其语义定义, 我们可以考察两个问题, 一个是从指派的角度看静态与动态差异, 另一个是基于指派间的关系考虑组合性情形。这里说的指派, 是从一阶角度说的, 在话语表现理论中, 对应的概念是上述确认嵌入。但在考察动态性和组合性之前, 直接相关的两个定义是函数的相容性与扩充性。

定义 4:

$f, g$  是函数,  $a, b$  是函数论域  $f, g$  论域  $\text{Dom}(f), \text{Dom}(g)$  中的个体。两个函数  $f, g$  是相容的, 是说, 对于任意的  $a \in \text{Dom}(f), a \in \text{Dom}(g), f(a) = g(a)$ 。  $g$  被称作是  $f$  的扩充, 是说,  $g$  与  $f$  是相容的, 并且  $\text{Dom}(f) \subseteq \text{Dom}(g)$ 。

根据定义 4, 在话语表现理论中,  $h[x_1, \dots, x_n]g$  的含义便很明确了, 假定  $g$  的论域为空, 则  $h$  的论域便为  $\{x_1, \dots, x_n\}$ 。就是说,  $\text{Dom}(h) = \text{Dom}(g) \cup \{x_1, \dots, x_n\}$ 。如果将话语表现理论中的话语所指界定为语境,<sup>②</sup> 将嵌入函数之间的关系按照相容和扩充界定, 则语境的更新主要体现在新嵌入函数论域的增大。以话语表现理论方框方式表示上述内容 (见下表)。

表 1 单个的 DRS

语境
施加在语境上的限制

① 仅仅局限在 DRS 的条件为原子 (atomic) 的情形, 若为复杂条件不再适用。

② Jan van Eijck & Christina Unger. *Computational Semantics with Functional Programming*. New York: Cambridge University Press. 2010.

表2 从动态角度看



据此,语义值可以界定为:表达式对于语境更新的语义贡献,即从初始语境到新语境之间的变化。<sup>①</sup>表现在指派上,则为指派之间的变化,即 $\langle g, g' \rangle$ ,意思是给定某个指派 $g$ ,基于这个指派解释表达式,解释完之后指派变为 $g'$ ,之间发生的变化即为该表达式的语义。故表达式的语义被看作是语境变化潜力,即它能否对语境产生变化。

仔细划分话语所指,可以将其划分为三类:<sup>②</sup>

1. 由更大语境确定所指的话语所指;
2. 当前语境所引入的话语所指;
3. 在附属语境中出现的话语所指。

这三类话语所指的划分涉及到DRS与DRS条件直接隶属关系问题。直观来说,所谓更大语境是指方框较大的DRS中的话语所指。如果非要将这三类话语所指跟经典逻辑中的变元对比,那么第一种大致对应于经典逻辑中的自由变元,第三种大致对应经典逻辑中的约束变元。第二种话语所指不同于经典逻辑中的变元使用情形,它们体现出语境变化潜力。虽然在经典逻辑中找不到与第二种话语所指对应的变元,但是可以在程序语言中找到恰当的匹配。<sup>③</sup>

1. 第一种话语所指对应于需要向计算机存储器读取数据的变元;

2. 第二种话语所指对应于需要向计算机存储器写入数据的变元;

3. 第三种话语所指对应于计算机临时存储中的变元。

这种对应可以这样理解,第一类话语所指需要回溯到前面某个话语所指来确定这个话语所指的指称,这就好像计算机硬盘中调用程序来完成某个指令一样。第二类话语所指是当前语境添加进去的,它体现出语境的扩充,相对于之前较小语境来说,它所体现出的变化恰恰表征了自然语句之间的相互关联。这种跨语句的关联,正是通过这种当前引入的话语所指刻

画当前的语句信息,然后借助于从先前的语句继承来的信息,来确定当前话语所指的指称。之前的话语所指加上当前引入的话语所指,构成新的更大的语境。这一方面体现出语言的凝聚性,即语句间存在回指照应等的关联;另一方面,体现出不同于经典逻辑的刻画机制,即动态表征。这种动态表征在语义系统里,是通过嵌入函数来完成的。而嵌入函数实质是经典逻辑中的指派,只不过这种指派与动态相关联。上述函数的扩充正体现出指派的变化。这种变化主要体现在函数论域的变化上,函数的论域在话语表现理论中对应话语所指的集合,也就是这里定义的语境。通过嵌入函数,即指派,加上变元的扩充,共同刻画出动态机制。

## 二

变元与指派不仅关系到静态与动态区分,还关系到组合性问题。组合性定义繁多,标准定义是说,复杂表达式的意义是部分表达式的意义和组合方式的意义的函数。<sup>④</sup>

就经典逻辑来说,带特称量词的表达式的真值定义是这样的,即: $[\exists x\varphi]^g$ 是真的当且仅当存在一个指派 $g' \sim g$ ,使得 $[\varphi(x)]^{g'}$ 是真的。由于指派发生变化,没法基于同样的指派 $g$ ,从 $\varphi$ 的真值来计算 $\exists x\varphi$ 的真值。就 $\exists x\varphi$ 来说, $\varphi$ 可能是一个开公式,开公式不存在单一的真值,它的真值依赖于对自由变元的指派。所以说存在量词的经典真值条件定义存在组合性问题,是因为,在一个组合性的方案中,必须存在这样一

① J. van Eijck & H. Kamp. Discourse representation in Context. In: Johan van Benthem and Alice terMeulen (eds.), *Handbook of Logic and Language*, Second Edition, Elsevier, pp. 181–252, 2012.

② A. Visser. The design of dynamic discourse denotations. *Lecture notes*, Utrecht University, 1994.

③ J. van Eijck & H. Kamp. Discourse representation in Context. In: Johan van Benthem and Alice terMeulen (eds.), *Handbook of Logic and Language*, Second Edition, Elsevier, pp. 181–252, 2012.

④ Pagin, P. and D. Westerståhl. 2010a. Compositionality I: Definitions and Variants, *Philosophy Compass* 5 (3): pp. 250–264.

个意义指派  $M$  和一个函子  $F$ , 使得  $M(\exists x\varphi) = F(M(\varphi))$ 。很明显, 上述递归的真值定义与组合性定义存在细微但非常重要的差异。

重新定义公式的意义有助于实现谓词公式的组合性刻画。考虑到变元指派对于公式真值的重要性, 可以将一个公式的意义看作是从变元指派到真值这样一个函数, 即, 若参考某个指派公式为真, 则这样一个输入指派输出真值的函数即为公式的意义。由于公式的真值要参考某个指派, 有时候则会这样定义公式意义, 即, 一个公式的意义被定义为使得公式为真的指派的集合。按照集合的表述方式, 则有:

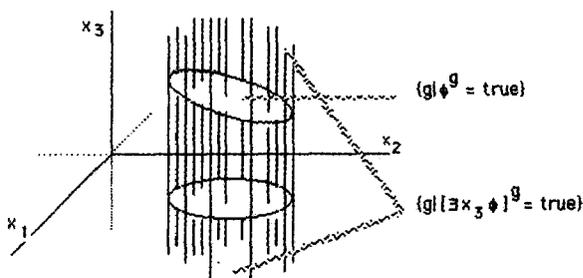
$$M(\varphi \wedge \psi) = M(\varphi) \cap M(\psi);$$

$$M(\exists x\varphi) = \{h \mid h \sim_x g \text{ 并且 } g \in M(\varphi)\}.$$

这种表述方式也适用于其他逻辑系统。比如, 命题模态逻辑采用这种组合的意义指派, 所采取的方式是, 将一个命题的意义定义为命题成立的可能世界的集合。

除了这种将变元的指派值作为意义的理论, 还有另外一种视角。一个指派可以被看作由一些元素组成的一个无穷序组, 序组的第一个元素为第一个变元的值, 第二个元素为第二个变元的值……按照这种经典理论, 一个指派可以看做是无穷维度空间中的一个点。如果一个公式对一个指派集合来说是成立的, 那么这个公式的意义是这个空间中点的集合。就某个点来说, 应用第  $x$  个圆柱算子  $C_x$ <sup>①</sup> 到这个点, 将那些仅在  $x$  轴不同于这个点的其余的点添加进来, 这样, 从图示来说, 会得到一条线。当圆柱算子应用于圆圈这样一个集合, 则会扩充成一个圆柱。对应于指派, 如果在这个指派下,  $\exists x_3\varphi$  为真, 那么这个指派会对公式中的变元指定一个序组, 这一序组对应空间中一个点。圆柱算子使得所有仅在  $x_3$  轴上不同于其他点的点组成一条无穷的线, 这对应于两个指派仅在对  $x_3$  的指派上不同。如果指派集合对应于一个圆, 圆柱算子则将这个圆扩成一个圆柱。指派集合与图形的对应, 关键点在于, 两个指派仅在变元  $x_3$  上不同对应着图形中坐标仅在  $x_3$  上存在差异。

图 1



在这种视角下, 公式的意义对应几何图形, 清楚明了。另外, 组合性要求也得到满足。这种图示法非常具有吸引力。

### 三

标准的塔斯基语义学并非组合的语义解释, 而是给出递归的真值条件。<sup>②</sup> 但是, 通过转化, 可以将递归的真值条件转化为组合的意义指派, 方法就是将对变元的指派纳入到意义概念中。从中可以看出, 指派在组合性中发挥着十分重要的作用。反对者会坚持, 这跟如何选定意义有关, 不单是指派起作用。其实, 从动态与静态的区分来看, 指派的变体仍然在意义中发挥着非常重要的作用。当静态的视角无法解释回指照应等语言现象, 于是有了动态机制来刻画跨语句间的代词、动词等的关联。这种关联体现出自然语言语句间并非孤立的, 而是借助于代词与省略词将后续的句子与先行语关联起来。尝试用语境更新刻画这一现象, 便要先定义语境。如果将动态机制中的变元集(话语所指集)当作语境, 那么动态机制中的指派(嵌入函数)便必然在意义指派中发挥核心作用。

从塔斯基递归的真值条件到组合的意义指派, 可以用图表形象表现出来, 这也是对指派具体而又恰当的刻画。而从静态表示到动态机制, 则将指派之间的变化纳入到意义机制中,

① 详见 L. Henkin, J. D. Monk and A. Tarski, *Cylindric algebras*, Parts I and I I. North Holland Publishing Co, Amsterdam (1971, 1985)

② Janssen, T, M, V. 1997. Compositionality (with an appendix by B. Partee), in J. van Benthem and A. ter Meulen (eds), *Handbook of logic and language*. Amsterdam: Elsevier, pp. 417-473.

从这一变化揭示出语言的凝聚性特征，处理方式十分贴切。

动态机制其实与组合性也密切关联。在动态机制中，采取传统的意义理论存在违反组合性的实例，只有通过采纳动态的意义才能满足组合性。动态机制还使得组合性呈现新特性，即整体表达式的部分呈现语义累积或递增的特征。如果采用多分法，则整体表达式的各个部分由开始到后续的子部分，并非孤立无关联，<sup>①</sup>后续子部分  $S_n$  会包含前面子部分  $S_k$  的信息 ( $k < n$ ) 句子序列：

$S_1$        $S_2$        $S_3$       .....       $S_n$

语义表征：

$S_1$ 的语义     $S_2$ 的语义     $S_3$ 的语义     $S_n$ 的语义

从  $S_1$  到  $S_n$  的语义，如果体现在方框的大小上，则后续出现的方框较前面的方框要大，即语义呈现递增趋势，这样便说明自然语言有别于经典逻辑系统的地方，即自然语言内部相互关联，进而呈现语义凝聚性、递增性等特征。

### [导师邹崇理教授点评意见]

组合原则是逻辑的基石，计算机信息时代产生的话语表现理论和动态逻辑，对其中变元

的指派机制构成了对组合原则的挑战。石运宝的这篇文章，涉及话语表现理论中的话语所指与一阶变元以及动态逻辑中计算机存储单元等内容，文章阐述了有关的动态指派机制，讨论了这些机制和组合原则的关系，对逻辑观念由静态向动态的转变意义重大。

学术界关于动态性和组合原则的关系讨论是多年来的热门话题。动态性与组合性互动是文章的特色，这在国内外的文献中并不多见。文章所涉及的变元、指派、动态、组合性等都是相关领域的核心概念。找到它们之间的契合点并有机地将这些概念结合起来讨论是具有较大难度的工作，值得逻辑学、语言学和计算机科学界的关注。

本文作者：中国社会科学院研究生院哲学系 2012 级博士研究生  
责任编辑：周勤勤

<sup>①</sup> Kit Fine. 2007. *Semantic Relationism*, Malden: Blackwell Publishing Ltd.

## The Function of Variables and Assignments in Dynamic Mechanisms and Compositionality

Shi Yunbao

**Abstract:** The usage of variables in the first-order logic is of great importance. The key concept, discourse referents, used in Discourse Representation Theory proposed by Hans Kamp *et al.*, has a close relationship with first-order variables. However, from the dynamic point of view, discourse referents behavior is in a way closer to the way of computer program storage. Differences between first-order variables and discourse referents reveal the divergences of dynamic and static theories. Beginning with Tarski's classic semantic interpretation, this article explains the role of variables in logical systems, compares the different performances of discourse referents in discourse representation theory and traditional variables, and draws two important conclusions: the differences between traditional variables and discourse referents reflect divergences in static and dynamic analysis; the combination of the recursive nature of truth conditions and meaning theories associates with whether it is compositional.

**Keywords:** variables; discourse referents; computer storage; compositionality