基于广义量词理论的直言三段论推理规则的形式化辨析*

张晓君　林胜强

【提　要】在国内外新近研究成果的基础上，作者通过对作为广义量词特例的四个亚里斯多德量词的普遍语义性质和推理特征的研究，形式化地揭示了如何从广义量词理论的角度来解释直言三段论的推理规则。此研究对一阶逻辑和广义量词理论的发展、自然语言信息处理以及计算机科学中的知识表示和知识推理，都具有重要的理论意义和实践价值。

【关键词】广义量词理论　亚里斯多德量词　三段论　推理规则
〔中图分类号〕B813〔文献标识码〕A〔文章编号〕1000－2952（2015）01－0035－05

通过深入研究，笔者发现：利用广义量词理论（generalized quantifier theory），就可以清晰明了且形式化地说明直言三段论的推理规则，并可以为有效的直言三段论给出直观简洁的形式化证明。这是因为：直言三段论实际上就是关于 all，some，no，not all 这四个亚里斯多德量词的三段论，其中全称量词 all 和存在量词 some 就是传统逻辑中的标准量词；all，some，no，not all 这四个亚氏量词是广义量词的特例；广义量词理论也适合于这四个亚氏量词。[①]因此，我们可以利用形式化的广义量词理论，来研究基于这四个亚氏量词的直言三段论的推理规则及其有效性。张晓君等已经利用这四个作为广义量词特例的亚氏量词的语义定义和语义性质，给出了除了五个有效的弱式三段论之外的 19 个有效的亚氏三段论的直观简洁的形式化证明。[②]故，本文把注意力主要集中在如何利用广义量词理论对直言三段论的推理规则进行直观简洁的形式化的说明上。

一、相关背景知识

1957 年，Mostowski 发现，在自然语言中，存在许多不能够根据一阶逻辑中的全称量词∀和存在量词∃来加以定义（比如：大多数的、无穷多个、少数的、许多、一半以上的）的量词，[③]即所谓的广义量词。1966 年 Lindström 给出了广义量词中的 Lindström 量词的形式化定义。[④]

---

* 基金项目：国家社科基金重大招标项目（10&ZD073）、教育部人文社科规划基金项目（12XJA740007）。

① 张晓君、林胜强：《如何利用广义量词的语义性质判断扩展三段论的有效性》，《逻辑学研究》2013 年第 2 期。

② 张晓君、黄朝阳：《基于广义量词理论的亚氏三段论的研究》，《重庆理工大学学报（社会科学版）》2012 年第 10 期。

③ A. Mostowski, “On a Generalization of Quantifiers”, *Fund. Math.*, 1957（44），pp. 12－36.

④ P. Linström, “First-order predicate logic with generalized quantifiers”, *Theoria*, 1966（32），pp. 186－195.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

1981年，Barwise和Cooper结合Montague的观点，把数理逻辑的研究范围扩展至广义量词。[①] 20世纪80年代以来，在Barwise和Cooper（1981）、Keenan和Westerståhl（1997）[②]、Peters与Westerståhl（2006）[③]、Szymanik（2009）[④] 等人的工作的基础上，逐渐形成并发展了广义量词理论。

广义量词理论是一阶逻辑理论的延伸和扩展，它主要是通过考察广义量词所讨论的论元集合的性质，或不同论元集合之间的关系，来研究广义量词的普遍语义性质和推理特征。广义量词理论的提出和发展，迎合了解释亚氏三段论形式以外的大量的有效推理，拓展逻辑的表达能力，使得计算机能够更好地表示和处理自然语言的信息的时代需要。[⑤]

除了一阶逻辑全称量词∀和存在量词∃，广义量词还包括限定词a，an，the，以及由限定词或其他量化关系指称所形成的所有名词短语NP。广义量词理论认为：自然语言中的绝大部分广义量词都是⟨1，1⟩类型量词或其亲缘量词为⟨1，1⟩类型的⟨1⟩类型量词。⟨1，1⟩类型量词是指在每个论域上表示集合之间的二元关系的量词，如绝大部分限定词。[⑥] 四个亚里斯多德量词（all，some，no，not all）都是⟨1，1⟩类型量词，它们都代表了个体的集合之间的一种特殊的二元关系。

根据广义量词理论可知：所有包含⟨1，1⟩类型量词的量化语句都可以表示成Q（B，C）这样的三分结构，其中Q表示量词，B，C分别表示量词的论元所对应的集合，B叫做左论元，C叫做右论元。广义量词理论则通过广义量词的真值定义来揭示其论元集合之间的关系，从而达到描述广义量词的语义性质的目的。[⑦] 在本文中：令B、C是集合，U为任意的论域（universe)，用英语的四个限定词表示其对应的亚氏量词。文中的符号采用标准的集合论中的相应记号。根据广义量词理论，有下面的定义。

四个亚氏量词的真值定义：[⑧]

对于任意的论域U，$B\subseteq U$ 且 $C\subseteq U$ 而言，

all_U（B，C）$\Leftrightarrow B\subseteq C$；

$some_U$（B，C）$\Leftrightarrow B\cap C\neq\varnothing$；

no_U（B，C）$\Leftrightarrow B\cap C=\varnothing$；

$not\ all_U$（B，C）$\Leftrightarrow B\not\subseteq C$。

例如："所有的母亲都希望孩子们平安快乐"，可以表示成all_U（B，C）这样的三分结构，其中的B表示所有"母亲"的个体所形成的集合，C表示所有"希望孩子们平安快乐"的个体组成的集合，全称量词"all"的语义，则是通过集合B与集合C之间的二元包含关系$B\subseteq C$来表示的。具体地说，就是所有母亲的个体所形成的集合B，包含在所有"希望孩子们平安快乐"的个体组成的集合C中。类似地，根据真值定义，全称量词的对偶（dual）否定量词——存在量词"some"的语义，则是通过集合B与集合C的交集非空这一交叉关系$B\cap C\neq\varnothing$来表示；全称量词的内否定（inner negation）量词——"no"的语义，则是通过集合B与集合C交集为空集这一不相容关系$B\cap C=\varnothing$来表示；全称量词的外否定（outer negation）量词——"not all"的语义，则是通过集合B并不包含于集合C来定义的。

二、基于广义量词理论的直言三段论的形式化表示

现在，我们就可以根据第一部分的背景知识，利用广义量词理论对四种直言命题进行形式化。由于论域U是任意的，可略去不写。如果令M、S和P分别表示满足中项、主项、谓项所表示性质或对象的个体所形成的集合，那

---

① J. Barwise and R. Cooper, "Generalized Quantifiers and Natural Language", *Linguistics and Philosophy*, 1981, 4 (2), pp. 159—219.

② E. L. Keenan and D. Westerståhl, "Generalized quantifiers in Linguistics and Logic", in J. van Benthem and A. ter Meulen (eds.), *Handbook of Logic and Language*, Amsterdam: Elsevier, 1997, pp. 837—893.

③ S. Peters & D. Westerståhl, *Quantifiers in Languages and Logic*, Claredon Press, 2006.

④ J. Szymanik, Quantifiers in TIME and SPACE: Computational Complexity of Generalized Quantifiers in Natural Language, Dissertation, University of Amsterdam, 2009.

⑤ 张晓君、黄朝阳：《广义量词理论的渊源及其发展趋势》，《重庆与世界（学术版）》2012年第7期。

⑥ 张晓君：《广义量词的相关性质研究》，《逻辑学研究》2010年第3期。

⑦ 张晓君：《扩展三段论的可化归性与广义量词的语义性质之间的关系》，《逻辑学研究》2012年第2期。

⑧ S. Peters & D. Westerståhl, *Quantifiers in Languages and Logic*, Claredon Press, 2006, p. 62.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

么我们就可以得到，基于广义量词理论的四种直言命题的形式化表示：

（1）A：全称肯定命题“所有S是P”，用广义量词理论的形式化表示就是all（S，P）。

（2）E：全称否定命题“所有S不是P”的意思是“没有S是P”，用广义量词理论的形式化表示就是no（S，P）。

（3）I：特称肯定命题“有S是P”，用广义量词理论的形式化表示就是some（S，P）。

（4）O：特称否定命题“有S不是P”的意思是“并非所有S是P”，用广义量词理论的形式化表示就是no all（S，P）。

虽然张晓君等已经给出了除了5个有效的弱式三段论之外的19个有效的直言三段论的形式化表示及其形式化证明，但并没有给出5个有效的弱式直言三段论的形式化表示及其形式化证明。① 现在我们选择其中一有效的弱式的直言三段论加以处理。

例如：对于有效的第二格的弱式直言三段论EAO－2而言，

大前提：所有的P不是M，

小前提：所有S都是M，

结　论：有S不是P。

为了更好地利用广义量词理论，我们把此三段论变换成与之等价的如下三段论：

大前提：没有P是M，

小前提：所有S是M，

结　论：并非所有S是P。

此三段论可以形式化地表示为：no_U（P，M）且all_U（S，M）⇒not all_U（S，P）。现在，根据四个亚氏量词的真值定义，笔者就可以形式化地证明三段论EAO－2是有效的三段论。

证明：假设两前提no_U（P，M）和all_U（S，M）都成立。对任意的论域U而言，根据本文定义1所给出的“no”的真值定义可知：no_U（P，M）⇔$P\cap M=\varnothing$；同样再根据本文定义1中的“all”的真值定义可知：all_U（S，M）⇔$S\subseteq M$。所以，$S\cap P=\varnothing$，由此可知：$S\not\subseteq P$。根据“not all”的真值定义得：not all_U（S，P）⇔$S\not\subseteq P$，即：not all_U（S，P）成立。故：弱式直言三段论EAO－2是有效的。结论得证。

类似地，其他4个有效的弱式直言三段论都可以通过利用定义1的四个亚氏词的真值定义来加以证明。其他除了五个有效的弱式三段论之外的19个有效的亚氏三段论的形式化证明请参见张晓君的相关文献。

广义量词理论认为，三段论具有如下形式：②

大前提：Q_1（M，P），

小前提：Q_2（S，M），

结　论：Q_3（S，P）。

这里的亚氏量词Q_1、Q_2和Q_3是all、some、no或not all中的一个。

在本文中：我们用EAE－1表示第一格的EAE式直言三段论，其大前提是全称否定命题E，小前提是全称肯定命题A，其结论是是全称否定命题E；其他三段论的形式化表示与此类似。加括号的式表示弱式，加黑体的式表示预设了主项存在，即主项的所指称的对象是存在的。在张晓君等所给出的19种有效的亚氏三段论的形式化表示的基础上，24种有效的直言三段论的形式化表示可总揽如下：

［01］AAA－1：all（M，P）且all（S，M）⇒all（S，P）。

［02］（AAI－1）：all（M，P）且all（S，M）⇒some（S，P）。

［03］AII－1：all（M，P）且some（S，M）⇒some（S，P）。

［04］EIO－1：no（M，P）且some（S，M）⇒not all（S，P）。

［05］EAE－1：no（M，P）且all（S，M）⇒no（S，P）。

［06］（EAO－1）：no（M，P）且all（S，M）⇒not all（S，P）。

［07］AEE－2：all（P，M）且no（S，M）⇒no（S，P）。

［08］（AEO－2）：all（P，M）且no（S，M）⇒not all（S，P）。

［09］EAE－2：no（P，M）且all（S，M）⇒no（S，P）。

① 参见张晓君、黄朝阳：《基于广义量词理论的亚氏三段论的研究》，《重庆理工大学学报（社会科学版）》2012年第10期。

② S. Peters & D. Westerståhl，*Quantifiers in Languages and Logic*，Claredon Press，2006，p. 22.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

［10］（EAO－2）：no（P，M）且 all（S，M）⇒not all（S，P）。

［11］EIO－2：no（P，M）且 some（S，M）⇒not all（S，P）。

［12］AOO－2：all（P，M）且 not all（S，M）⇒not all（S，P）。

［13］EIO－3：no（M，P）且 some（M，S）⇒not all（S，P）。

［14］OAO－3：not all（M，P）且 all（M，S）⇒not all（S，P）。

［15］IAI－3：some（M，P）且 all（M，S）⇒some（S，P）。

［16］AII－3：all（M，P）且 some（M，S）⇒some（S，P）。

［17］AAI－3：all（M，P）且 all（M，S）⇒some（S，P）。

［18］EAO－3：no（M，P）且 all（M，S）⇒not all（S，P）。

［19］IAI－4：some（P，M）且 all（M，S）⇒some（S，P）。

［20］EIO－4：no（P，M）且 some（M，S）⇒not all（S，P）。

［21］AAI－4：all（P，M）且 all（M，S）⇒some（S，P）。

［22］AEE－4：all（P，M）且 no（M，S）⇒no（S，P）。

［23］（AEO－4）：all（P，M）且 no（M，S）⇒not all（S，P）。

［24］EAO－4：no（P，M）且 all（M，S）⇒not all（S，P）。

三、基于广义量词理论的直言三段论推理规则的形式化辨析

在256种直言三段论中，除了以上所罗列的这24种有效的直言三段论外，其他都是无效的。仔细观察以上这24种有效的三段论的形式化表示，笔者发现了这样的规律：

（1）在有效的三段论［01］～［03］的前提中都含有全称肯定命题A，即：all（M，P），根据广义量词的真值定义知：$M \subseteq P$，即对中项M的全部外延进行了断定，中项M也都至少周延了一次。在有效的三段论［04］～［11］、［13］、［18］、［20］、［22］～［24］的前提中都含有全称否定命题E，而E的主项和谓项都是周延的，因此不论中项在前提中是充当主项，还是充当谓项，中项M在前提中都至少周延了一次。同样的道理，在有效的三段论［14］～［17］以及［19］的前提中都含有全称肯定命题A，而命题A的主项周延，即：前提中要么有all（M，S），要么有all（M，P）。也即：要么有 $M \subseteq S$，要么有 $M \subseteq P$。可见，中项M也都至少周延了一次。至此，我们通过对这24种有效的三段论的主项和谓项的周延性的分析，都得到同一个结论：中项在前提中至少周延了一次。这就是三段论的推理规则一。

（2）根据有效的三段论［01］AAA－1的前提all（M，P）和all（S，M）可知，$M \subseteq P$ 且 $S \subseteq M$，即，P的外延没有被全部断定，而S的外延被全部断定，故P不周延，S周延；而根据其结论all（S，P）可知，P不周延，S周延。类似地，有效的三段论［02］（AAI－1）和［03］AII－1的前提中，P不周延，S周延，但其结论都不周延。在有效的三段论［04］、［11］～［14］、［18］、［20］、［24］的前提中，S不周延，P周延；在其相应的结论中S也不周延，P周延。在有效的三段论［15］～［17］、［19］的前提中S、P都不周延；在其相应的结论中，S、P也都不周延。在有效的三段论［05］、［07］、［09］、［22］的前提中，S、P都周延；在其相应的结论中S、P也都周延。在有效的三段论［06］、［08］、［10］的前提中，S、P都周延；在其相应的结论中S不周延、P周延。在有效的三段论［21］的前提中，S不周延、P周延；在其相应的结论中S、P都不周延。在有效的三段论［23］的前提中，S、P均周延；在其相应的结论中S不周延、P周延。根据对以上24种有效三段论的主项和谓项的周延性的分析可知：在前提中周延的项，在结论中可以周延也可以不周延；但是在前提中不周延的项，在结论中一定不周延。这就是三段论的推理规则二。

这里需要说明的是：由于三段论的结论中只含有主项和谓项，而且根据（1）的分析可知，有效三段论的中项在前提中至少周延一次，因此，在对三段论的推理规则二进行验证时只需考察主项和谓项的周延性即可。

（3）不存EEX-Y或OOX-Y（其中X是A、

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

E、I、O 命题中任意一种，Y 表示第几格，取值为 1、2、3、4 中任意一个）这样的有效的直言三段论，即：两个否定的前提不能够得到结论。这就是三段论的推理规则三。

（4）在有效的三段论［04］～［14］、［20］以及［22］～［24］中，前提中都含有否定的前提 E 或 O，其结论也都是否定的，由此可见：两个前提中有一个是否定的，结论也必然是否定的。这就是三段论的推理规则四。根据同样的道理，可知：如果结论是否定的，前提之一必是否定的。这就是三段论的推理规则五。

（5）不存 IIX-Y 或 OOX-Y（其中 X 是 A、E、I、O 命题中任意一种，Y 表示第几格，取值为 1、2、3、4 中任意一个）这样的有效的直言三段论，即：两个特称前提不能够得到结论。这就是三段论的推理规则六。

（6）在有效的三段论［03］、［04］以及［11］～［20］的前提中都含有特称命题 I 或 O，其结论也含有特称命题 I 或 O。即：两个前提中有一个是特称的，则结论也是特称的。这就是三段论的推理规则七。

四、结论与存疑

从以上的论述可以看出：利用广义量词理论的研究方法，我们通过考察作为广义量词特例的四个亚氏量词所涉及的不同论元集合之间的关系，直观简洁而且形式化地证明或说明了基于这四个亚氏量词的直言三段论的有效性和推理规则。这对于涉及直言三段论的推理的计算机实现以及自然语言信息处理都是极为重要的。

亚里斯多德认为，从 AAA－1、EAE－1 这两个三段论推理模式，可以推出除了预设了主项存在的三段论以外的其他所有的有效的传统三段论的推理模式。[①] 对此，亚里斯多德主要借助换位法、归谬法和显示法等方法来加以非形式论证。[②] 那么，我们是否可以利用广义量词理论，对亚里斯多德的这一结论进行证实或证伪呢？如若能够证实的话，将为直言三段论建立起一个形式化且公理化的推理系统。这将有利于计算机科学中的知识表示和知识推理，是一个非常有意义的工作，值得我们继续深入研究下去。

本文作者：张晓君是四川师范大学政教学院副研究员，中国社会科学院研究生院哲学系 2011 届博士；林胜强是四川逻辑学学会副会长、四川师范大学政教学院副教授

责任编辑：周勤勤

① D. Westerståhal, “Quantifiers in Formal and Natural Languages”, in D. M. Gabbay & F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, 2nd Edition, 2007 (14), p. 228.

② 中国人民大学哲学院逻辑教研室主编：《逻辑学》，中国人民大学出版社 2008 年版，第 96 页。

Formal Analyzing of Syllogistic Inference Rules Based on Generalized Quantifier Theory

Zhang Xiaojun　Lin Shengqiang

Abstract: On the basis of recent related researches, this paper focuses on the general semantic properties and inferential characteristics of Aristotelian quantifiers which are instances of generalized quantifiers. And then it aims to formally reveal how our understanding of syllogistic inference rules may benefit from research on generalized quantifier theory. This study will make contributions to the development of first-order logic and generalized quantifier theory, and will have important theoretical value and practical significance for natural language information processing and knowledge representation and reasoning in computer science.

Key words: generalized quantifier theory; Aristotelian quantifiers; syllogisms; inference rules

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net